

ĐẠI HỌC THÁI NGUYÊN  
TRƯỜNG ĐẠI HỌC KHOA HỌC



TRẦN THỊ THẨM

**LÁT MẶT PHẪNG BỞI  
CÁC ĐA GIÁC ĐỀU**

**LUẬN VĂN THẠC SĨ TOÁN HỌC**

**THÁI NGUYÊN - 2018**

ĐẠI HỌC THÁI NGUYÊN  
TRƯỜNG ĐẠI HỌC KHOA HỌC



TRẦN THỊ THẨM

**LÁT MẶT PHẪNG BỞI  
CÁC ĐA GIÁC ĐỀU**

**Chuyên ngành: Phương pháp Toán sơ cấp**

**Mã số: 8460113**

**LUẬN VĂN THẠC SĨ TOÁN HỌC**

**NGƯỜI HƯỚNG DẪN KHOA HỌC**

**PGS.TS. Nguyễn Việt Hải**

**THÁI NGUYÊN - 2018**

# Danh mục hình

1.1	Phép dựng ngũ giác đều . . . . .	6
1.2	Phép dựng ngũ giác đều của Richmond . . . . .	8
1.3	Năm bước dựng ngũ giác đều . . . . .	8
1.4	Thập giác lồi đều, thập giác sao đều . . . . .	9
1.5	Một số đa giác đều . . . . .	13
1.6	Dựng 15–giác đều . . . . .	15
1.7	10 bước dựng 17–giác đều . . . . .	16
2.1	Lát phẳng đều loại $3\alpha_6$ . . . . .	22
2.2	Lát phẳng đều loại $1\alpha_4 + 2\alpha_8$ . . . . .	23
2.3	Lát phẳng đều loại $1\alpha_3 + 2\alpha_{12}$ . . . . .	23
2.4	Không tồn tại lát phẳng đều loại $2\alpha_5 + 1\alpha_{10}$ . . . . .	24
2.5	Lát phẳng đều loại $1\alpha_4 + 1\alpha_6 + 1\alpha_{12}$ . . . . .	25
2.6	a-Lát phẳng đều loại $4\alpha_4$ và b-loại $1\alpha_3 + 2\alpha_4 + 1\alpha_6$ . . . . .	26
2.7	Không có lát phẳng đều loại $2\alpha_3 + 2\alpha_6$ kiểu a) . . . . .	27
2.8	Không có lát phẳng đều loại $2\alpha_3 + 1\alpha_4 + 1\alpha_{12}$ . . . . .	27
2.9	Lát phẳng đều loại $4\alpha_3 + 1\alpha_6$ . . . . .	28
2.10	Lát phẳng đều loại $3\alpha_3 + 2\alpha_4$ kiểu a) . . . . .	29
2.11	Lát phẳng đều loại $3\alpha_3 + 2\alpha_4$ kiểu b) . . . . .	29
3.1	Lát phẳng bởi tứ giác . . . . .	31
3.2	Lát phẳng bởi tứ giác lồi hoặc lõm . . . . .	31
3.3	Ghép thành các hình chữ nhật . . . . .	32
3.4	Ghép thành hình bình hành . . . . .	33
3.5	Ví dụ 3.1.3 . . . . .	33

3.6	Ví dụ 3.1.4 . . . . .	34
3.7	$q = \frac{1}{3}S_{ABCD}$ . . . . .	35
3.8	Lát phẳng bởi các hình lục giác bằng nhau . . . . .	35
3.9	Ba kiểu lát phẳng bởi các lục giác . . . . .	36
3.10	Tổng các góc trong tam giác . . . . .	40
3.11	Diện tích bằng $1/2$ . . . . .	42
3.12	Diện tích hình bình hành nhỏ nhất . . . . .	43
3.13	Chứng minh định lý Pythagoras . . . . .	43
3.14	Lát phẳng tứ giác tùy ý . . . . .	44
3.15	Hình vuông . . . . .	45
3.16	Định lý Napoleon . . . . .	46
3.17	Phương pháp diện tích . . . . .	48
3.18	Dùng nguyên tắc Dirichlet . . . . .	49
3.19	Bài toán phủ . . . . .	51
3.20	Tia liên đới . . . . .	53

# Mục lục

Lời cảm ơn	v
Mở đầu	1
<b>1 Đa giác đều và cách dựng</b>	<b>4</b>
1.1 Đa giác đều . . . . .	4
1.1.1 Khái niệm cơ bản . . . . .	4
1.1.2 Dựng ngũ giác đều . . . . .	6
1.2 Đa giác đều, hàm Euler và các số Fermat. . . . .	9
1.3 Dựng $n$ -giác đều với $n$ có dạng $2^k \cdot 3 \cdot 5 \cdot 17$ . . . . .	12
1.3.1 Dựng 15-giác đều . . . . .	12
1.3.2 Dựng 17-giác đều . . . . .	16
<b>2 Lát mặt phẳng bởi các đa giác đều</b>	<b>18</b>
2.1 Bài toán số học liên quan đến lát phẳng . . . . .	18
2.2 Lát phẳng và lát phẳng đều . . . . .	20
2.2.1 Lát phẳng đều với sao phẳng đỉnh có 3 đa giác .	22
2.2.2 Lát phẳng đều với sao phẳng đỉnh có 4 đa giác .	25
2.2.3 Lát phẳng đều với sao phẳng đỉnh có 5 đa giác .	26
2.2.4 Lát phẳng đều với sao phẳng đỉnh có 6 đa giác .	28
<b>3 Các bài toán liên quan</b>	<b>30</b>
3.1 Lát mặt phẳng bởi các đa giác bằng nhau . . . . .	30
3.1.1 Lát mặt phẳng bởi các tam giác, tứ giác bằng nhau	30
3.1.2 Lát mặt phẳng bởi các lục giác bằng nhau . . . .	35

3.1.3	Lát mặt phẳng bởi các ngũ giác bằng nhau . . . . .	36
3.2	Hình học trên lát phẳng . . . . .	39
3.2.1	Các bài toán đơn giản . . . . .	39
3.2.2	Định lý Pythagoras . . . . .	43
3.2.3	Tứ giác và lục giác . . . . .	44
3.2.4	Định lý Napoleon . . . . .	45
3.3	Các bài toán khác . . . . .	47
	<b>Tài liệu tham khảo</b>	<b>58</b>

## Lời cảm ơn

Tôi xin chân thành cảm ơn Ban Giám hiệu, Phòng Đào tạo, Khoa Toán tin Trường Đại Học Khoa Học - Đại Học Thái Nguyên đã tạo điều kiện thuận lợi cho tôi được tham dự khóa học, xin chân thành cảm ơn các quý thầy cô giảng dạy lớp Cao học Toán K10B2 (2016 - 2018) đã tận tình truyền đạt những kiến thức quý báu cũng như tạo điều kiện cho tôi hoàn thành khóa học.

Để hoàn thành được luận văn một cách hoàn chỉnh, tôi luôn nhận được sự hướng dẫn và giúp đỡ nhiệt tình của PGS.TS. Nguyễn Việt Hải, Giảng viên cao cấp Trường Đại Học Hải Phòng. Tôi xin chân thành bày tỏ lòng biết ơn sâu sắc đến thầy và xin gửi lời tri ân nhất của tôi đối với những điều thầy đã dành cho tôi.

Tôi xin gửi lời cảm ơn chân thành nhất tới gia đình, bạn bè, những người đã luôn động viên, hỗ trợ và tạo mọi điều kiện cho tôi trong suốt quá trình học tập và thực hiện luận văn.

Xin trân trọng cảm ơn!

*Hải Phòng, tháng ... năm 2018*  
*Người viết Luận văn*

*Trần Thị Thắm*

# Mở đầu

## 1. Mục đích của đề tài luận văn

Đa giác đều là một chủ đề quan trọng của hình học phẳng Euclide. Phép dựng đa giác đều 17 cạnh là công trình xuất sắc mà Gauss đã cống hiến cho nhân loại. Bài toán đặt ra là: Hãy phủ mặt phẳng bằng các đa giác đều? Có bao nhiêu cách "lát kín" mặt phẳng? Cùng với bài toán đó, là điều kiện dựng được các đa giác đều có liên quan gì đến số học? Trình bày cách giải quyết các bài toán trên là lý do để tôi chọn đề tài "Lát mặt phẳng bởi các đa giác đều".

Mục đích của đề tài là:

- Trình bày lịch sử, cách dựng một số đa giác đều bằng thước và com pa. Mối liên hệ giữa phép dựng đa giác đều bằng thước kẻ và com pa với các số Fermat.

- Trình bày lời giải bài toán lát mặt phẳng bởi các đa giác đều (lát phẳng đều) trong lớp các bài toán về phủ mặt phẳng.

- Bổ sung thêm kiến thức cho giáo viên trong các chuyên đề khó ở trường THCS và THPT góp phần đào tạo học sinh học giỏi môn Hình học.

## 2. Nội dung của đề tài, những vấn đề cần giải quyết

Trình bày một cách hệ thống cách dựng một số đa giác đều, điều kiện cần và đủ để dựng được một đa giác đều bằng com pa và thước kẻ. Giới thiệu bài toán lát mặt phẳng bởi các đa giác đều, chứng minh



định lý về lát phẳng đều. Mở rộng sang các bài toán liên quan: Lát mặt phẳng bởi các đa giác bằng nhau, hình học trên lát phẳng và các bài toán khác. Nội dung luận văn chia làm 3 chương:

## **Chương 1. Đa giác đều và cách dựng**

Bài toán dựng đa giác đều bằng thước kẻ và compa là một trong nhiều bài toán dựng hình nổi tiếng của hình học: Cách dựng các đa giác đó như thế nào phụ thuộc vào số cạnh của mỗi đa giác. Một ngũ giác đều dựng được bằng thước và com pa từ thời xa xưa nhưng phải 2000 năm sau các nhà toán học không tìm ra được cách dựng một thất giác đều. Hóa ra có nhiều đa giác đều không dựng được bằng thước và com pa ( $n = 7, 9, 11, 13, \dots$ ). Chương này bao gồm:

- 1.1. Đa giác đều
- 1.2. Đa giác đều, hàm Euler và các số Fermat
- 1.3. Dựng  $n$ - giác đều với  $n$  có dạng  $2^k \cdot 3 \cdot 5 \cdot 17$

## **Chương 2. Lát mặt phẳng bởi các đa giác đều**

Đây là phần trọng tâm với bài toán phân loại các lát phẳng đều. Luận văn trình bày được một kết quả quan trọng: Có 11 và chỉ 11 loại lát phẳng đều. Chương này bao gồm các mục sau:

- 2.1. Bài toán số học liên quan đến lát phẳng
- 2.2. Lát phẳng và lát phẳng đều

## **Chương 3. Các bài toán liên quan**

Bài toán lát phẳng là một trong nhiều bài toán về phủ, đó là nội dung quan trọng của hình học tổ hợp. Chương này giới thiệu thêm các bài toán liên quan đến lát phẳng đều. Nội dung bao gồm:

- 3.1. Lát mặt phẳng bởi các đa giác bằng nhau.

3.2. Hình học trên lát phẳng.

3.3. Các bài toán khác.